# **Ứng dụng phương pháp quy hoạch động trong bồi dưỡng học sinh giỏi**

MỤC LỤC

Trang  
TRANG BÌA PHỤ  
LỜI CAM ĐOAN  
LỜI CẢM ƠN  
MỤC LỤC  
MỞ ĐẦU ........................................................................................................... 1  
CHƯƠNG 1. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VỀ QUY HOẠCH ĐỘNG ..................... 5  
1.1. Một số khái niệm .........................................................................................5  
1.2. Phương pháp Quy hoạch động...................................................................5  
1.2.1. Phương pháp chia để trị ....................................................................5  
1.2.2. Khái niệm phương pháp Quy hoạch động ......................................6  
1.2.3. Đặc điểm phương pháp Quy hoạch động ........................................7  
1.2.4. Các bước giải một bài toán bằng phương pháp quy hoạch động .7  
1.3. Ưu điểm và hạn chế của phương pháp Quy hoạch động ........................8  
1.3.1. Ưu điểm...............................................................................................8  
1.3.2. Hạn chế................................................................................................9  
1.4. Tiểu kết chương 1........................................................................................9  
CHƯƠNG 2. ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP QUY HOẠCH ĐỘNG  
TRONG BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI ...................................................... 10  
2.1. Quy hoạch động trên mảng 1 chiều ........................................................10  
2.1.1. Bài toán Dãy con tăng dài nhất ......................................................10  
2.1.2. Dãy đoạn con (Đề HSG Hà Tĩnh lớp 12 năm 2005-2006) .........11  
2.1.3. Đoạn không giảm dài nhất (Đề HSG lớp 11 Hà Tĩnh năm 20142015).............................................................................................................13  
2.1.4. Xe chở xăng (Đề HGS Nghệ An 2007-2008)...............................14  
2.1.5. Bài toán Phân phối kênh .................................................................15  
2.1.6. Xếp hàng mua vé (HSG lớp 12 tỉnh Hà Tĩnh 2010-2011) .........18  
2.1.7. Hội trường .........................................................................................20  
2.2. Quy hoạch động trên ma trận ...................................................................22  
2.2.1. Bài toán Xâu chung dài nhất...........................................................22  
2.2.2. Bài toán cái túi..................................................................................24

2.2.3. Xâu đối xứng ....................................................................................27  
2.2.4. Sa Mạc (Đề HSG Tỉnh Nghệ An lớp 12 năm học 2010-2011) ..28  
2.2.5. Đường đi ..........................................................................................30  
2.2.6. Số đường đi trên bảng hình chữ nhật ...........................................31  
  
  
2  
  
2.2.7. Quà Tết Trung thu (Đề chọn đội tuyển quốc gia Hà tĩnh 20122013).............................................................................................................32  
2.3. Tiểu kết chương 2......................................................................................35  
CHƯƠNG 3..................................................................................................... 36  
CÀI ĐẶT CHƯƠNG TRÌNH ......................................................................... 36  
3.1. Ngơn ngữ lập trình Pascal ........................................................................36  
3.2. Các bước cài đặt một chương trình bằng phương pháp quy hoạch  
động ....................................................................................................................36  
3.3. Phần mềm chấm bài tự động Themis ......................................................36  
3.3 1. Bài toán Dãy Fibonacci: ..................................................................37  
3.3.2. Đường đi của Robot.........................................................................39  
3.3.3. Bài tốn cái túi..................................................................................44  
3.3.4. Đoạn khơng giảm dài nhất (Đề HSG lớp 11 Hà Tĩnh năm 20142015).............................................................................................................50  
3.4. Chương trình Quy hoạch động trên mảng 1 chiều ................................54  
3.4.1. Chương trình bài tốn: Dãy con tăng dài nhất..............................54  
3.4.2. Chương trình bài: Dãy đoạn con ....................................................56  
3.4.3. Chương trình bài: Đoạn khơng giảm dài nhất ..............................58  
3.4.4. Chương trình bài: Xe chở xăng ......................................................60  
3.4.5. Chương trình bài: Phân phối kênh .................................................62  
3.4.6. Chương trình bài: Xếp hàng mua vé ..............................................66  
3.4.7. Chương trình bài: Hội trường .........................................................68  
3.5. Chương trình Quy hoạch động trên ma trận ..........................................71  
3.5.1. Chương trình bài: Xâu chung dài nhất ..........................................71

3.5.2. Chương trình: Bài tốn cái túi .......................................................73  
3.5.3. Chương trình bài: Xâu đối xứng ...................................................76  
3.5.4. Chương trình bài: Sa mạc ...............................................................79  
3.5.5. Chương trình bài: Đường đi ...........................................................81  
3.4.6. Chương trình bài: Số đường đi trên bảng hình chữ nhật .............82  
3.5.7. Chương trình bài: Quà Tết Trung thu ............................................83  
3.6. Tiểu kết chương 3......................................................................................87  
KẾT LUẬN ..................................................................................................... 88  
TÀI LIỆU THAM KHẢO ............................................................................... 90  
  
  
1  
  
MỞ ĐẦU  
1. Lý do chọn đề tài  
Quy hoạch động (Dynamic Programming) là một phương pháp rất hiệu  
quả để giải nhiều bài toán tin học, đặc biệt là những bài toán tối ưu, có một số  
bài tốn sử dụng phương pháp quy hoạch động lại cho hiệu quả cao hơn hẳn  
so với nhiều phương pháp khác. Số lượng bài toán tin học được giải bằng  
phương pháp quy hoạch động cũng rất lớn.  
Công tác bồi dưỡng học sinh giỏi môn Tin học trong nhà trường THPT  
hiện nay là nhiệm vụ thường niên của mỗi giáo viên tin học nhằm đào tạo  
những học sinh tham gia các kỳ thi học sinh giỏi như: Tin học trẻ, học sinh  
giỏi tỉnh, học sinh giỏi quốc gia... Một nội dung thường gặp và thường rất khó  
trong các đề thi HSG, nhất là HSG Quốc gia đó là bài toán giải bằng phương  
pháp Quy hoạch động. Tuy nhiên, chương trình giảng dạy ở sách giáo khoa  
của mơn Tin học hiện hành trong trường THPT có lượng kiến thức rất hạn chế  
và vô cùng đơn giản, không đủ cơ sở và không thể là nền tảng để học sinh có  
thể dựa vào vốn kiến thức đó tham gia một kỳ thi học sinh giỏi cấp tỉnh hay  
cao hơn.

Tài liệu tham khảo về phương pháp lập trình bằng Quy hoạch động  
là không nhiều, phạm vi lại quá rộng và mỗi tài liệu chỉ trình bày một số  
bài tốn điển hình và rất khó áp dụng vào cơng tác bồi dưỡng HSG đối với  
bậc THPT.  
Với những lý do trên, tôi chọn đề tài “Ứng dụng phương pháp Quy  
hoạch động trong bồi dưỡng học sinh giỏi”.  
2. Lịch sử vấn đề  
Hiện nay cũng đã có một số tài liệu viết về phương pháp Quy hoạch  
động tuy nhiên việc áp dụng vào công tác bồi dưỡng học sinh giỏi của giáo  
  
  
2  
  
viên THPT cịn gặp nhiều khó khăn. Với trình độ của giáo viên và học sinh  
THPT hiện nay thì phương pháp quy hoach động là một mảng kiến thức khó,  
địi hỏi cần nhiều thời gian và công thức. Việc lập trình trên cơ sở ý tưởng  
quy hoạch động cịn khó khăn. Đặc biệt cần thiết là chương trình cụ thể bằng  
NNLT Pascal để cho giáo viên và học sinh tham khảo.  
3. Đối tượng và phạm vi nghiên cứu  
3.1. Đối tượng nghiên cứu  
3.1.1. Nghiên cứu lý thuyết  
- Nghiên cứu thuật toán Quy hoạch động và các bài toán tối ưu.  
- Ứng dụng thuật toán Quy hoạch động vào bồi dưỡng học sinh giỏi.  
- Các tài liệu về lập trình để cài đặt thuật tốn  
3.1.2 Nghiên cứu thực nghiệm  
- Nghiên cứu ngơn lập trình Pascal và cài đặt một số thuật tốn cho bài  
toán bằng phương pháp Quy hoạch động; so sánh, đánh giá hiệu quả thuật  
toán Quy hoạch động với các phương pháp khác.  
3.2 Phạm vi nghiên cứu  
- Thuật toán quy hoạch động

- Một số dạng bài tập giải bằng phương pháp Quy hoạch động trong bồi  
dưỡng học sinh giỏi bậc THPT.  
4. Mục đích, nhiệm vụ nghiên cứu  
- Làm rõ tính hiệu quả của phương pháp Quy hoạch động khi giải quyết  
các bài tốn.  
- Giáo viên và học sinh tìm hiểu và vận dụng phương pháp Quy hoạch  
động được dễ dàng hơn.  
5. Phương pháp nghiên cứu  
5.1. Phương pháp nghiên cứu tài liệu  
- Thu thập, phân tích các tài liệu và thơng tin liên quan đến thuật toán  
Quy hoạch động.  
  
  
3  
  
- Lựa chọn một số bài toán bằng phương pháp quy hoạch động và phân  
dạng trên cơ sở bài toán mẫu cho mỗi dạng.  
5.2. Phương pháp nghiên cứu thực nghiệm  
- Sử dụng thuật toán Quy hoạch động trong bồi dưỡng học sinh giỏi  
tỉnh bậc THPT  
- Dùng ngơn ngữ lập trình Pascal cài đặt bài toán, chạy thử nghiệm trên  
một số bộ dữ liệu để đánh giá kết quả.  
6. Đóng góp của luận văn  
- Đề tài cung cấp một số bài toán giải bằng phương pháp Quy hoạch  
động mà áp dụng rất tốt cho công tác bồi dưỡng HSG. Đề tài là tài liệu  
tham khảo thiết thực cho giáo viên dạy THPT và học sinh trong giảng dạy  
và học tập.  
- Đề tài làm rõ được tính ưu điểm, tính hiệu quả của phương pháp Quy  
hoạch động trong lập trình qua việc sử dụng phần mềm chấm điểm tự động  
Themis của Tiến sĩ Lê Minh Hoàng để chấm điểm và so sánh phương pháp

QHĐ với các phương pháp khác.  
7. Cấu trúc luận văn  
Nội dung chính của luận văn được chia thành 3 chương như sau:  
Chương 1: Cơ sở lý thuyết về Quy hoạch động.  
Chương này giới thiệu những khái niệm cơ bản về quy hoạch động.  
Các bước để giải bài toán bằng phương pháp Quy hoạch động.  
Chương 2: Ứng dụng phương pháp Quy hoạch động trong bồi dưỡng  
học sinh giỏi.  
Chương này giới thiệu một số bài tốn tối ưu, phân tích và cách giải bài  
tốn tối ưu đó bằng phương pháp Quy hoạch động.  
  
  
4  
  
Chương 3: Cài đặt chương trình  
Chương này sử dụng NNLT Pascal để cài đặt chương trình giải bài tốn  
được giới thiệu ở chương 2 bằng phương pháp quy hoạch động. Giới thiệu và  
sử dụng phần mềm chấm bài Themis. Nhận xét kết quả sau khi thực hiện  
chương trình chấm bài tự động Themis của TS. Lê Minh Hoàng để so sánh  
phương pháp Quy hoạch động với những phương pháp khác.  
  
  
5  
  
CHƯƠNG 1  
CƠ SỞ LÝ THUYẾT VỀ QUY HOẠCH ĐỘNG  
1.1. Một số khái niệm  
- Bài toán tối ưu:  
Bài toán tối ưu gồm có một hàm f gọi là hàm mục tiêu hay hàm đánh  
giá; các hàm g1, g2,..., gn cho giá trị logic gọi là hàm ràng buộc. Yêu cầu của

bài tốn là tìm một cấu hình x thoả mãn tất cả các ràng buộc  
g1, g2,...gn: gi(x) = TRUE (∀i: 1 ≤ i ≤ n) và x là tốt nhất, theo nghĩa khơng tồn  
tại một cấu hình y nào khác thoả mãn các hàm ràng buộc mà f(y) tốt hơn f(x).  
- Bài toán quy hoạch động:  
Bài toán giải theo phương pháp quy hoạch động gọi là bài tốn quy  
hoạch động.  
- Cơng thức truy hồi:  
Công thức phối hợp nghiệm của các bài tốn con để có nghiệm của bài  
tốn lớn gọi là công thức truy hồi của quy hoạch động.  
- Cơ sở quy hoạch động:  
Tập các bài tốn nhỏ nhất có ngay lời giải để từ đó giải quyết các bài  
tốn lớn hơn gọi là cơ sở quy hoạch động  
- Bảng phương án:  
Khơng gian lưu trữ lời giải các bài tốn con để tìm cách phối hợp  
chúng gọi là bảng phương án của quy hoạch động  
- Truy vết:  
Trên cơ sở bảng phương án ta tìm ra nghiệm bài tốn  
1.2. Phương pháp Quy hoạch động  
1.2.1. Phương pháp chia để trị  
“Chia để trị” là việc tách bài toán ban đầu thành các bài toán con độc  
lập, sau đó giải các bài tốn con này rồi tổ hợp dần lời giải từ bài toán con nhỏ  
nhất đến bài toán ban đầu.  
  
  
6  
  
Phương pháp chia để trị là phương pháp thông dụng nhất trong Tin học.  
Phương pháp chia để trị thường được áp dụng cho những bài tốn có  
bản chất đệ quy.  
Giải thuật dùng để giải bài tốn có bản chất đệ quy gọi là giải thuật

đệ quy.  
1.2.2. Khái niệm phương pháp Quy hoạch động  
Phương pháp quy hoạch động (Dynamic Programming) là một kỹ thuật  
nhằm đơn giản hóa việc tính tốn các cơng thức truy hồi bằng cách lưu tồn  
bộ hay một phần kết quả tính tốn tại mỗi bước trước đó với mục đích sử  
dụng lại.  
Như vậy, Quy hoạch động = Chia để trị + Mảng (lưu lại kết quả).  
Phương pháp quy hoạch động do nhà toán học người Mỹ Richard  
Bellman (1920-1984) phát minh năm 1953. Phương pháp này dùng để giải  
các bài tốn tối ưu có bản chất đệ qui, tức là tìm phương án tối ưu cho bài  
tốn đó có thể đưa về tìm phương án tối ưu của một số hữu hạn các bài  
toán con.  
Điểm khác nhau cơ bản giữa quy hoạch động và phương pháp đệ  
quy là:  
Phương pháp đệ quy giải quyết bài toán theo hướng top-down, nghĩa là  
để giải bài toán ban đầu, ta phải đi giải tất cả các bài tốn con của nó. Đây là  
một phương pháp hay, tuy nhiên phương pháp này sẽ gặp hạn chế về mặt thời  
gian, tốc độ do phải tính đi tính lại nhiều lần một số bài tốn con giống nhau  
nào đó.  
Phương pháp quy hoạch động sử dụng nguyên lý bottom-up, nghĩa là  
"đi từ dưới lên". Đầu tiên, ta sẽ phải giải các bài toán con đơn giản nhất, có  
thể tìm ngay ra nghiệm. Sau đó kết hợp các bài tốn con này lại để tìm lời giải  
  
  
7  
  
cho bài toán lớn hơn và cứ như thế cho đến khi giải được bài toán yêu cầu.  
Với phương pháp này, mỗi bài toán con sau khi giải xong đều được lưu trữ lại  
và đem ra sử dụng nếu cần. Do đó tiết kiệm bộ nhớ và cải thiện được tốc độ.  
1.2.3. Đặc điểm phương pháp Quy hoạch động

Quy hoạch động bắt đầu từ việc giải tất cả các bài tốn nhỏ nhất (bài  
tốn cơ sở) để từ đó từng bước giải quyết những bài toán lớn hơn cho tới khi  
giải được bài toán lớn nhất (bài toán ban đầu).  
Quy hoạch động cần phải có bảng phương án.  
Ý tưởng cơ bản của phương pháp quy hoạch động là tránh tính tốn lại  
các bài tốn con đã xét, nói cách khác phương pháp quy hoạch động đã thể  
hiện sức mạnh của nguyên lý chia để trị đến cao độ.  
Tóm lại:  
- Quy hoạch động dùng để giải quyết bài toán tối ưu theo nguyên lý  
“chia để trị” nhưng thực chất là một phương pháp cải tiến hơn của phương  
pháp giải quyết bài toán theo hướng đệ quy.  
- Quy hoạch động làm giảm độ phức tạp, giảm thời gian giải quyết  
bài toán.  
- Quy hoạch động thường tiếp cận theo hướng từ dưới lên (Bottom - up)  
1.2.4. Các bước giải một bài toán bằng phương pháp quy hoạch động  
Giai đoạn 1: Tìm cơng thức quy hoạch động  
Bước 1: Định nghĩa chính xác đối tượng cần tính tốn dưới dạng một  
hàm theo phương pháp quy nạp tốn học.  
Bước 2: Tính giá trị cho hàm tại tất cả những trường hợp riêng đơn  
giản. Đây chính là các bài toán con cỡ nhỏ nhất của bài toán đã cho. Chúng  
thường là những trường hợp đặc biệt của bài tốn đã cho mà có thể tìm ngay  
ra nghiệm một cách dễ dàng, gần như hiển nhiên.  
Bước 3: Xây dựng cơng thức truy hồi tốn học cho hàm đã định nghĩa.  
  
  
8  
  
Cơng thức này cịn gọi là cơng thức quy hoạch động.  
Dưới góc độ tốn học hình thức thì cơng thức này giống như một công  
thức đệ quy mà "phần neo" là các bài toán con nhỏ nhất đã được giải. Tuy

nhiên hàm này thực chất là một bảng lưu nghiệm do thuật tốn - tức con  
người quản lý nên nó không phải là công thức cho một giải thuật đệ quy.  
Trong những bài tốn đơn giản ta có thể định nghĩa trực tiếp trên bảng  
(mảng) thay vì dùng hàm, sát với sự cài đặt trong tính tốn. Nhưng những  
trường hợp khó khăn hơn chưa nhìn thấy ngay sự tính tốn, ta vẫn phải định  
nghĩa gián tiếp đối tượng quy hoạch động tức là định nghĩa thông qua hàm.  
Khi cài đặt cụ thể, ta sẽ xem xét nên xếp đặt tổ chức biến mảng như thế nào  
thể hiện được tinh thần của hàm đã định nghĩa. Bước 3 là bước quan trọng  
nhất, khó nhất và cũng là thành cơng nhất khi giải một bài tập quy hoạch động  
được coi là khó.  
Giai đoạn 2: Tìm lại nghiệm  
Việc tìm lại nghiệm được tiến hành trên bảng lưu nghiệm và đó là sự  
suy diễn lùi dựa vào quá trình suy diễn tiến của giai đoạn 1.  
Thơng thường việc tìm lại nghiệm tiến hành tìm kiếm tuyến tính, tức là  
chỉ cần cài đặt một số vịng lặp nhất định. Tuy nhiên một số bài tốn địi hỏi  
tìm lại nghiệm bằng một thủ tục đệ quy.  
1.3. Ưu điểm và hạn chế của phương pháp Quy hoạch động  
1.3.1. Ưu điểm  
- Ưu điểm của phương pháp quy hoạch động là chương trình thực hiện  
nhanh do khơng phải tốn thời gian giải lại một bài toán con đã được giải.  
- Mơ hình giải thuật là dễ hiểu vì nó có thể biểu diễn bằng tốn học hình  
thức mà chủ yếu là phép quy nạp toán học.  
- Sự cài đặt quy hoạch động trên ngơn ngữ lập trình khơng q khó khăn  
và tương đối ngắn gọn (so với các giải thuật khác để giải bài toán).  
  
  
9  
  
1.3.2. Hạn chế  
- Đặc điểm chính của quy hoạch động là phải tổ chức dữ liệu khéo léo

để lưu lại được tất cả các lời giải. Đây là điểm khác hẳn với đệ quy và do đó  
khác hẳn với vét cạn vì các lời giải trung gian của đệ quy được lưu vào vùng  
bộ nhớ cục bộ (Stack) rất hạn hẹp. Tuy nhiên tài nguyên bộ nhớ toàn cục dành  
cho các biến quy hoạch động cũng không phải là vô hạn.  
- Việc tìm cơng thức truy hồi hoặc tìm cách phân rã bài tốn nhiều  
khi địi hỏi sự phân tích, tổng hợp rất cơng phu, dễ sai sót, khó nhận ra như  
thế nào là thích hợp, địi hỏi nhiều thời gian suy nghĩ. Đồng thời không  
phải lúc nào kết hợp lời giải của các bài toán con cũng cho kết quả của bài  
tốn lớn hơn.  
- Khi bảng lưu trữ địi hỏi mảng hai, ba chiều … thì khó có thể xử lý dữ  
liệu với kích cỡ mỗi chiều lớn đến hàng trăm.  
- Có những bài tốn tối ưu khơng thể giải được bằng quy hoạch động.  
1.4. Tiểu kết chương 1  
Quy hoạch động là một phương pháp hay và hiệu quả, nó có thể giải  
được hầu hết các bài tốn tối ưu. Tuy nhiên, khi giải bài toán theo hướng quy  
hoạch động, ta cần phải tìm cơng thức truy hồi thật chính xác và chứng minh  
độ chính xác tin cậy của nó.  
Cho đến nay, vẫn chưa có một định lý nào cho biết chính xác một bài  
tốn tối ưu nào có thể giải quyết hiệu quả bằng quy hoạch động. Tuy nhiên,  
để biết được bài tốn có thể giải bằng phương pháp quy hoạch động hay  
khơng, ta có thể tự đặt câu hỏi: “Một nghiệm tối ưu của bài toán lớn có phải là  
phối hợp các nghiệm tối ưu của các bài tốn con hay khơng ?” và “Liệu có thể  
nào lưu trữ được nghiệm các bài toán con dưới một hình thức nào đó để phối  
hợp tìm nghiệm của bài toán lớn?”  
  
  
10  
  
CHƯƠNG 2  
ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP QUY HOẠCH ĐỘNG

TRONG BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI  
Công tác bồi dưỡng học sinh giỏi môn Tin học trong nhà trường THPT  
hiện nay là nhiệm vụ nặng nề, vất vả của mỗi giáo viên phụ trách đội tuyển.  
Một yếu tố rất quan trọng để có được kết quả cao là tài liệu tham khảo cho  
mỗi giáo viên và học sinh. Một nội dung thường gặp và thường rất khó trong  
các đề thi HSG, nhất là HSG Quốc gia đó là bài tốn giải bằng phương pháp  
Quy hoạch động. Việc hiểu rõ và vận dụng tốt phương pháp Quy hoạch động  
sẽ góp phần thắng lợi cho mỗi kì thi của học sinh THPT.  
2.1. Quy hoạch động trên mảng 1 chiều  
Kết quả giải tất cả các bài toán con cở nhỏ hơn ta sẽ lưu vào mảng 1  
chiều (véc tơ). Trên cơ sở đó ta có thể truy vết ra nghiệm của bài toán.  
2.1.1. Bài toán Dãy con tăng dài nhất [1]  
Cho A là dãy N số nguyên. Tìm cách xóa đi ít nhất các phần tử của  
mảng A để dãy các phần tử còn lại tạo thành một dãy tăng dần có nhiều phần  
tử nhất.  
DAYSO.INP  
14  
  
DAYSO.OUT  
2 4 5 6 10 19 22 31  
  
2 10 4 5 8 25 27 3 6 10 19 22 31 7  
Ta giải bài toán này bằng phương pháp Quy hoạch động như sau:  
Bước 1: B[i]: Độ dài dãy con tăng dần lớn nhất tính từ a[1] đến a[i], lấy cả  
a[i].  
Bước 2: b[1]=1;  
Bước 3: b[i] = 1 + max{b[j]: a[j]<a[i]; j="i-1," i-2,...="" ,="" 1}  
  
  
11

Kết quả  
I  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9 10 11 12  
A 2 10 4  
5  
8 25 27 3  
6 10 19 22  
B  
2  
4  
5  
6  
2  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
 2,4,5,6,10,19,22,31

\*. Truy vết: Tìm và in ngược lại:  
Tính d=b[t]=max{b[i], i=1,2,... , n}  
Repeat  
In ra a[t]; d:=d-1;  
Tìm b[i] phải nhất mà b[i] =d;  
T=i;  
Until d=0;  
2.1.2. Dãy đoạn con (Đề HSG Hà Tĩnh lớp 12 năm 2005-2006)  
  
13  
31  
8  
  
14  
7  
5  
  
Hãy chia dãy số nguyên dương a1, a2,..., aN thành các đoạn con liên tiếp  
sao cho tổng các đoạn con bằng nhau và số đoạn là nhiều nhất.  
Dữ liệu vào cho bởi tệp văn bản DAYDC.INP với cấu trúc:  
Dòng đầu ghi số nguyên dương N là số các số trong dãy. Các dòng tiếp  
theo ghi lần lượt các số thuộc dãy.  
Kết quả ghi vào tệp văn bản DAYDC.OUT theo cấu trúc:  
Dòng đầu tiên ghi hai số p, q là số đoạn và tổng của mỗi đoạn. Trong  
p dòng tiếp theo mỗi dòng ghi hai số b, d là chỉ số bắt đầu và kết thúc của  
một đoạn.  
Ví dụ:  
DAYDC.INP  
10  
135972

414  
9  
  
DAYDC.OUT  
59  
13  
44  
56  
79  
10 10  
  
  
12  
  
Ta giải bằng phương pháp Quy hoạch động như sau:  
Dùng mảng S [1..N] để lưu tổng các phần tử của mảng A.  
Công thức quy hoạch động: S[i] = S[i-1]+A[i]  
Như vậy S[i] là tổng của i phần tử đầu tiên của dãy và S[N] là tổng N  
phần tử của dãy.  
Dùng mảng B để lưu tổng của mỗi đoạn có thể chia của dãy số.  
Như vậy: Nếu S[n] mod i =0 thì B[i]:= S[n] div i, nghĩa là dãy A có thể  
chia i đoạn, mỗi đoạn có tổng là B[i].  
Ta có bảng sau:  
I  
  
1  
  
2  
  
3

4  
  
5  
  
6  
  
7  
  
8  
  
9  
  
10  
  
A  
  
1  
  
3  
  
5  
  
9  
  
7  
  
2  
  
4

1  
  
4  
  
9  
  
S  
  
1  
  
4  
  
9  
  
18  
  
25  
  
27  
  
31  
  
32  
  
36  
  
45  
  
B

45  
  
0  
  
15  
  
0  
  
9  
  
0  
  
0  
  
0  
  
5  
  
0  
  
Với mỗi giá trị B[i] <> 0 ta sẽ kiểm tra xem có thể chia được i đoạn và  
mỗi đoạn có tổng là B[i] hay khơng.  
Max:= n;  
For i:=n downto 1 do  
If (B[i] <>0) and (Kiemtra(i)) then  
Begin  
max:= i; Break;  
End;  
Ta sẽ có nhiều nhất là max đoạn và tổng mỗi đoạn là B[max].

Trên cơ sở mảng S ta sẽ truy vết để tìm được chỉ số đầu và chỉ số cuối  
của mỗi đoạn.  
Csd:=1;  
For i:=2 to n do  
If S[i] mod B[max] then  
Begin  
Writeln(f2,scd,’ ‘,i);  
Csd:=i+1;  
End;  
  
  
13  
  
2.1.3. Đoạn không giảm dài nhất (Đề HSG lớp 11 Hà Tĩnh năm 2014-2015)  
Trong một dự án nghiên cứu khoa học, người ta tiến hành thực nghiệm  
N lần thử nghiệm. Số hiệu của các lần thử nghiệm theo thứ tự thực hiện là:  
1, 2,..., N. Kết quả của các lần thử nghiệm là dãy số nguyên A tương ứng  
A1, A2,..., AN (Ai là kết quả lần thử nghiệm i, 1≤i≤N). Để đáp ứng nhu cầu  
nghiên cứu, các nhà khoa học phải xác định cho được đoạn không giảm các số  
liên tiếp nhau có chiều dài lớn nhất trong dãy kết quả.  
Hãy giúp các nhà khoa học giải quyết yêu cầu trên, biết rằng số lần thử  
nghiệm không quá 30000 lần.  
Dữ liệu vào là tệp văn bản ‘DKGDN.INP’ có cấu trúc:  
- Dòng đầu tiên ghi số N  
- Từ dòng thứ hai trở đi ghi các số của dãy A, Các số ghi trên một dịng  
cách nhau ít nhất một dấu cách.  
Dữ liệu ra là tệp văn bản ‘DKGDN.OUT’ thông tin của dãy số tìm  
được đó là hai số tự nhiên là chỉ số đầu của đoạn dãy số và số phần tử trong  
đoạn đó. Nếu tìm được nhiều đoạn dãy số thì ghi thơng tin đoạn dãy số gần  
cuối dãy số A nhất.

Ví dụ:  
DKGDN.INP  
12  
15513  
33479  
12  
  
DKGDN.OUT  
47  
  
Ta có thể giải bằng phương pháp Quy hoạch động như sau:  
B1: L[i] lưu độ dài dãy con tăng liên tiếp cho đến i.  
B2: L[1] = 1  
B3: L[i] = L[i-1] + 1 Nếu A[i-1]<a[i] ngược="" lại="" l[i]="1.<br" style="box-sizing: border-box; border: 0px solid rgb(226, 232, 240); scrollbar-color: auto; scrollbar-width: auto; padding: 0px; margin: 0px; user-select: initial !important;">  
  
14  
  
I  
  
1  
  
2  
  
3  
  
4  
  
5

6  
  
7  
  
8  
  
9  
  
10  
  
11  
  
12  
  
A  
  
1  
  
5  
  
5  
  
1  
  
3  
  
3  
  
3

4  
  
7  
  
9  
  
1  
  
2  
  
L  
  
1  
  
2  
  
3  
  
1  
  
2  
  
3  
  
4  
  
5  
  
6

7  
  
1  
  
2  
  
Ta tìm Max của mảng L và lưu lại chỉ số Max. Trong ví dụ trên  
Max =7 tại vị trí i=10. Kết quả là dãy số A bắt đầu từ vị trí i-max đến max.  
2.1.4. Xe chở xăng (Đề HGS Nghệ An 2007-2008)  
Trong bãi có N xe chở đầy xăng đánh số từ 1 đến N đứng thành một  
hàng ngang chờ bơm xăng vào kho, hai xe liền nhau cách nhau một khoảng  
cách nguyên dương không lớn hơn 1000, 2  N  10000, chiếc xe có số hiệu 1  
nhất thiết phải giữ lại. Tuy nhiên do thời tiết nắng nóng kéo dài, để bảo đảm  
an tồn, khoảng cách giữa hai xe liền nhau không thể nhỏ hơn một số nguyên  
dương X(1  X  1000). Cần đưa ra khỏi bãi một số ít nhất xe chở xăng để  
bảo đảm an tồn.  
Dữ liệu: Vào từ file STATION.INP trong đó:  
- Dịng thứ nhất ghi 2 số nguyên dương N, X.  
- Dòng thứ 2 ghi N-1 số nguyên dương là các khoảng cách giữa các xe  
1 và 2, 2 và 3,..., N-1 và N.  
Kết quả: Ghi ra file STATION.OUT như sau:  
- Dòng thứ nhất ghi số R là số xe phải đưa ra.  
- Dòng thứ hai ghi R số hiệu xe đưa ra khỏi bãi.  
Ví dụ:  
STATION.OUT  
STATION.INP  
53  
2  
2332  
25

Ta có thể giải bằng phương pháp Quy hoạch động như sau:  
Gọi A[i] là khoảng cách giữa xe i-1 và xe i  
B[i] là khoảng cách từ xe 1 đến xe i. Như vậy B[1] = 0.  
Công thức truy hồi: B[i] = B[i-1]+A[i]  
  
  
15  
  
I  
1  
2  
3  
4  
5  
A  
0  
2  
3  
3  
2  
B  
0  
2  
5  
8  
10  
- Như vậy khoảng cách giữa xe j và xe i là B[j]-B[i] và nếu B[j]-B[i] <x  
thì sẽ cho xe j ra khỏi bãi. Trong ví dụ trên, ta thấy B[2]-B[1]<3 nên xe số 2  
đưa ra. Tương tự B[5]-B[4] <3 nên xe số 5 đưa ra.  
Đoạn chương trình truy vết như sau:

fillchar(kt,sizeof(kt),true);  
dem:=0;  
for i:=1 to n-1 do  
If kt[i] then  
begin  
j:=i+1;  
while (B[j]-B[i]<x)and(j<=n) do  
begin  
kt[j]:=false;  
j:=j+1; dem:=dem+1;  
end;  
end;  
Ta có số lượng xe đưa ra là dem; xe số i đưa ra nếu kt[i] = false.  
2.1.5. Bài toán Phân phối kênh  
Cơng ty dịch vụ mạng máy tính cần phân phối kênh hoạt động phục vụ  
n (n<1000) yêu cầu của khách hàng đánh số từ 1 đến n. Với mỗi khách hàng  
thứ i ta biết khoảng thời gian yêu cầu sử dụng kênh là (s i, ti), i=1,2,..,n (khách  
hàng sẽ sử dụng kênh từ thời điểm si đến thời điểm ti). Thời gian chuyển giao  
sử dụng kênh từ khách này cho khách khác là không đáng kể. Như vậy nếu 2  
khách hàng nào đó được bố trí làm việc trên cùng một kênh thì các khoảng  
thời gian sử dụng của họ chỉ có thể có nhiều nhất 1 điểm chung.  
  
  
16  
  
Hãy tìm cách phân phối sử dụng ít kênh nhất.  
INPUT Chanel.inp  
Dong 1 ghi số n  
Dòng i trong số n dòng tiếp theo ghi 2 số nguyên si, ti , i=1,2,...,n.  
OUTPUT chanel.out

Dòng 1 ghi số lượng kênh cần sử dụng p  
Mỗi dòng thứ i trong số p dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi chỉ số  
của các khách hàng sử dụng kênh thứ i , i=1,2,...,p  
Ví dụ  
Chanel.inp  
Chanel.out  
7  
3  
03  
123  
35  
675  
68  
4  
07  
78  
02  
26  
Giải bằng phương pháp Quy hoạch động:  
Bước 1. Tuyến tính hóa cho phương pháp QHĐ  
- Ta sử dụng mảng A gồm N bản ghi. mỗi bản ghi lưu thời gian đầu,  
thời gian cuối và số hiệu của khách hàng.  
- Sắp xếp mảng A tăng dần theo thời gian đầu  
Bước 2. Quy hoạch động  
- Ta xét trên từng kênh, với mỗi kênh ta cố gắng thu xếp cho nhiều  
khách sử dụng nhất bằng quy hoạch động, dựa trên ý tưởng của bài dãy con  
tăng dần lớn nhất.  
D[i] = số khách nhiều nhất được đăng ký kênh khi xét tới khách thứ i  
trong dãy, cho phép cả khách i

17  
  
+ Khởi tạo D[i]=1 , DX[i]=0; k=0; i=1,2,...,n  
+ Với i=2,...,n:  
D[i] = 1 + max { D[j] , j=i-1,...,1 sao cho A[j].c≤A[i].d }  
+. Trên mảng D , tìm các khách gán vào kênh k  
+. Tăng k=k+1 và xét tương tự.  
- Tất cả các khách i được xếp vào kênh thứ k được đánh dấu k:  
DX[i]=k sau đó tăng k = k+1 và lại xét các khách còn lại đối với kênh k mới.  
Với dữ liệu vào như trên ta có:  
Mảng A ban đầu là: (0,3,1); (3,5,2); (6,7,3); (0,7,4); (7,8,5); (0,2,6); (2,6,7)  
Mảng A sau sắp xếp: (0,2,6); (0,3,1); (0,7,4); (2,6,7); (3,5,2); (6,8,3); (7,8,5)  
I  
  
1  
  
2  
  
3  
  
4  
  
5  
  
6  
  
7  
  
A

(0,2,6)  
  
(0,3,1)  
  
(0,7,4)  
  
(2,6,7)  
  
(3,5,2)  
  
(6,8,3)  
  
(7,8,5)  
  
D  
  
1  
  
1  
  
1  
  
2  
  
2  
  
3  
  
3

DX  
  
2  
  
1  
  
3  
  
2  
  
1  
  
1  
  
2  
  
Dựa vào mảng DX ta có kết quả bài tốn.  
Ở ví dụ trên ta có kết quả: Kênh 1gồm các khách hàng có số hiệu 1; 2;  
3. Kênh 2 gồm các khách hàng có số hiệu 6; 7; 5. Kênh 3 là khách hàng có số  
hiệu 4.  
Đoạn chương trình tạo mảng DX:  
k:=0;  
  
fillchar(B,sizeof(B),True);  
  
repeat  
k:=k+1;  
  
cs:=0;

max:=0; kt:=false;  
for i:=1 to n do  
if b[i] and (d[i]>max) then  
begin  
max:=d[i];  
  
  
18  
  
cs:=i;  
kt:=true;  
end;  
dx[cs]:= k; b[cs]:=false; max:=max-1;  
for j:=cs-1 downto 1 do  
if(d[j]=max)and(a[j].c<=a[cs].d)and(b[j])then  
begin  
dx[j]:=k;  
cs:=j;  
  
b[j]:=false; max:=max-1;  
  
end;  
until kt=false;  
2.1.6. Xếp hàng mua vé (HSG lớp 12 tỉnh Hà Tĩnh 2010-2011)  
N người có số hiệu 1..N xếp hàng mua vé (N≤100). Người ta có số hiệu  
bé hơn thì xếp trước và được mua vé trước. Mỗi người chỉ được mua 1 vé cho  
mình và có thể mua hộ vé cho người đứng ngay sau đó. Người có số hiệu I  
khi mua vé cho mình thì mất thời gian là Ti phút (1≤i≤N). Người có số hiệu k  
khi mua vé cho mình và mua hộ vé cho người đứng sau đó thì mất R k phút

(1≤k≤N).  
Hãy sắp xếp, bố trí xem người nào cần ở lại mua, người nào cần rời  
khỏi hàng và nhờ người đứng ngay trước mình mua hộ vé để tổng thời gian  
bán vé đủ cho N người là ít nhất.  
Dữ liệu vào từ tệp muave.inp có cấu trúc:  
- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương N.  
- Dòng thứ hai ghi N số nguyên dương Ti.  
- Dòng thứ ba ghi N-1 số nguyên dương Rk.  
- Các số trên mỗi dịng ghi cách nhau ít nhất một ký tự trống.  
Dữ liệu ra là tệp muave.out có cấu trúc:  
  
  
19  
- Dòng thứ nhất ghi số tổng thời gian bán vé nhỏ nhất.  
- Dòng thứ hai ghi số hiệu những người còn lại hàng để mua vé.  
- Các số trên mỗi dịng ghi cách nhau ít nhất một ký tự trống.  
Ví dụ:  
MUAVE.INP  
4  
  
MUAVE.OUT  
9  
  
3243  
  
4 2 1  
  
437  
Giải bằng phương pháp Quy hoạch động như sau:  
- Gọi F[i] là thời gian nhỏ nhất để mua vé khi xét đến người thứ i. Ta

có F[0]=0; F[1]=T[1].  
- Với người thứ i ta có hai trường hợp:  
+ Ra khỏi hàng: F[i] = F[i-2]+R[i-1]  
+ Không ra khỏi hàng: F[i] = F[i-1]+T[i]  
 F[i] = Min(F[i-2]+R[i-1] , F[i-1]+T[i]  
- Sử dụng mảng B để đánh dấu người ở lại mua vé hay người rời khỏi  
hàng  
- Như vậy F[N] là tổng thời gian ít nhất để mua vé và B[i] =true nếu  
người i ở lại.  
Phân tích dữ liệu đề ra ta có:  
I  
T  
R  
F  
B  
  
0  
0  
0  
  
1  
3  
4  
3  
T  
  
2  
2  
3  
4

T  
  
3  
4  
7  
6  
F  
  
4  
3  
9  
T  
  
Kết quả là người thứ 1, 2, 4 ở lại mua vé và người thứ 3 ra khỏi hàng để  
người thứ 2 mua hộ vé.